

文章编号: 1000-7598 (2011) 08-2529-05

散粒体系统动力学仿真

姜世平¹, 芮筱亭¹, 洪俊², 戎保¹, 刘志军¹

(1. 南京理工大学 发射动力学研究所, 南京 210094; 2. 东南大学 工程力学系, 南京 210096)

摘 要: 针对多面体粒子组成的散粒体系统, 基于离散单元法, 建立了每个散粒体的邻居目录, 在邻居目录内以射线交叉法判断散粒体间的接触, 给出了散粒体系统动力学的仿真方法, 有效地实现了对散粒体系统接触碰撞动力学的数值仿真。该方法具有重要的理论价值, 可推广应用于众多工程领域的散粒体系统堆积、碰撞动力学仿真。

关 键 词: 散粒体; 离散单元法; 射线交叉法; 接触碰撞

中图分类号: TB 122

文献标识码: A

Dynamic simulation of granular system

JIANG Shi-ping¹, RUI Xiao-ting¹, HONG Jun², RONG Bao¹, LIU Zhi-jun¹

(1. Institute of Launch Dynamics, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China;

2. Department of Engineering Mechanics, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: Aiming at granular system composed of polyhedral granules, based on discrete element method, the neighbor list is established for each particle. The ray crossing method is applied to the collision detection of polyhedral granules stored in the neighbor list. By these steps, the simulation method for the dynamics of granular system is proposed, which effectively realizes the numerical simulation of the dynamics of granular system. The simulation method has significant theoretical value, which can be used to simulate dynamic process of packing and collision of granular system in numerous engineering fields.

Key words: granules; discrete element method; ray crossing method; contact and collision

1 引 言

散粒体是一种有别于固体和流体的特殊物质组成的系统, 是指由微尺度的固体粒子或粒子团组成的不连续介质。散粒体广泛存在于自然界, 如沙堆、矿石、谷物等均为散粒体。散粒体与固体从微观角度来看都是由固体颗粒组成, 但散粒体只能承受压力和一定的剪切力而一般不承受拉力, 这些特性与流体相似。由于离散性、流动性等特点, 散粒体有许多区别于固体和流体的力学行为特性。首先, 散粒体在微观上不连续, 颗粒之间有着复杂的相互作用; 其次, 散粒体材料是不均匀且各向异性的, 其微观行为非常复杂。散粒体系统动力学研究对于发射装药发射安全性、岩土、矿石、碎煤、谷物等工程系统动态特性的力学机制分析具有重要的理论价值^[1-2]。

Cundall^[3]提出的离散单元法为研究散粒体系统动力学行为提供了有力的工具。焦玉勇等^[4]将离散单元法用于滑坡方面的仿真计算; Zhou 等^[5]对散粒体堆积问题的休止角进行了数值模拟和试验研究; 罗海宁等^[6]对三维块体接触判断的公共面法进行了改进; 姜清辉等^[7]对三维离散块体的边-边接触作了详细分析。

对于散粒体系统动力学的研究, 目前主要是针对球体系统, 这是由于多面体系统接触判断算法复杂, 计算量大, 计算结果的可靠性得不到保证^[8]。针对多面体粒子组成的散粒体系统, 本文采用射线交叉法判断多面体之间的接触, 以离散单元法描述系统的运动, 建立了散粒体系统动力学仿真方法, 有效地实现了对散粒体系统接触碰撞动力学的数值仿真。

收稿日期: 2010-10-26

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 10902051); 江苏省自然科学基金攀登计划 (No. BK2008046)。

第一作者简介: 姜世平, 男, 1982 年生, 博士研究生, 主要从事散体力学方面的研究工作。E-mail: jsping@163.com

2 散粒体系统接触识别算法

2.1 邻居目录搜索算法

散粒体系统的接触碰撞动力学模型如图 1 所示。在进行散粒体系统动力学仿真时,首先要找出在任意时刻所有的接触粒子对。由于粒子间的相互作用在时间步长内是小范围的,大多数粒子并不需要进行检验。为了提高计算效率,可以将粒子间接触判断分两步完成:①建立邻居目录,即采用某种算法寻找与该粒子较为接近的粒子;②在邻居目录内进行接触判断,即对每一个粒子只在可能与其发生接触的粒子中进行搜索判断,这样可以大大减少搜索运算量。



图 1 散粒体系统接触碰撞动力学模型

Fig.1 Dynamic model of contact and collision for granular system

本文采用连接线性目录法^[2,9]建立邻居目录。如图 2 所示,在每个粒子周围建立一个包含该粒子的边界盒,当两个粒子的边界盒相交时则对两个粒子进行接触判断,详见文献[9]。

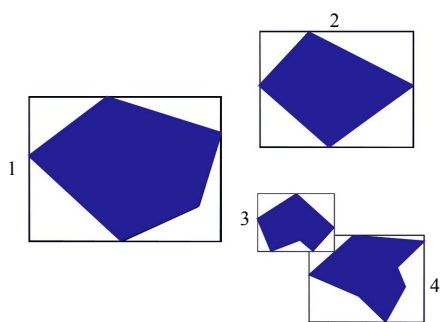


图 2 包含每个粒子的边界盒

Fig.2 Boundary boxes of every particle

2.2 散粒体接触判断的射线交叉法

组成散粒体系统的每个粒子的运动状态一般来说非常复杂,对其动力学行为的数值模拟需要提出高效可靠的接触判断算法。接触判断算法是离散单

元法中最为核心的环节,接触算法的好坏决定了计算结果的可靠性^[7-8]。

本文采用射线交叉法^[8,10]分析散粒体系统在运动过程中的接触判断。射线交叉法的基本思想是:对于一个封闭块体,进入块体内的点,由其生成任意方向的射线与块体边界或面的非相切交点数为奇数,如图 3 所示。对于表面形状比较规则的散粒体系统,射线交叉法接触判断速度快,判断效率高,稳定性较好^[8]。

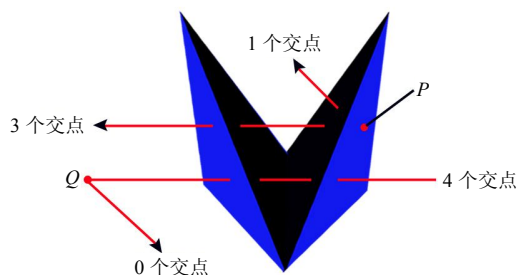


图 3 射线法示意图

Fig.3 Schematic diagram of ray crossing method

对于一个封闭的块体,在仿真计算过程中其表面被划分成三角形平面网格系统。当块体 2 上的任一节点位于块体 1 内或其表面时,表明块体 1 与块体 2 接触。判断块体 1 与块体 2 是否接触需要进行以下两个步骤:①若块体 2 上的某节点不在块体 1 所属的边界盒内,则该节点被放弃,无需再作判断,如图 4 所示,块体 2 的 9 个节点中只需判断其中的 4 个是否位于块体 1 内。②对于块体 2 上所有位于块体 1 的边界盒内的节点,生成任意射线与块体 1 的所有三角形面作相交判断。若某节点 P 与块体 2 的交点数为奇数,表明节点 P 位于块体 1 内或其表面,块体 1 与块体 2 相接触;若为偶数,表明节点 P 位于块体 1 外,此时需对块体 2 上位于块体 1 的边界盒内的其他节点继续与块体 1 作接触判断,详见文献[10]。

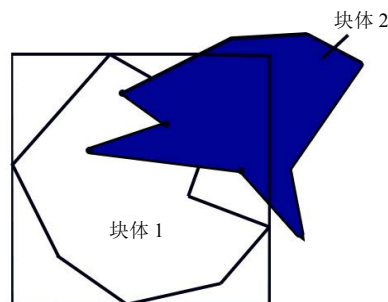


图 4 位于边界盒中的节点

Fig.4 Nodes within the bounding box

3 离散单元法的基本原理

离散单元法^[4, 11]是以牛顿第二定律为基础, 对于每个块体单元, 计算出其上的所有作用力, 如重力、相邻块体的接触力等, 求出合力与合力矩, 列出动力学方程, 通过差分格式解出每一时步的速度和位移, 并对时域积分, 就可获得任意单元的速度和位置。

3.1 接触力

设 A 和 B 是两个接触块体, 且匀质, $\mathbf{n}$ 是接触点的法向单位矢量, 方向由 A 指向 B 。在接触点 C , 块体 B 对于块体 A 的相对速度为

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_B + \boldsymbol{\omega}_B \times (\mathbf{C} - \mathbf{B}) - \mathbf{V}_A - \boldsymbol{\omega}_A \times (\mathbf{C} - \mathbf{A}) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ 分别为块体 A 和块体 B 的质心位置矢量; $\mathbf{C}$ 为参考点 C 的位置矢量; $\mathbf{V}_A$ 、 $\mathbf{V}_B$ 分别为块体 A 和块体 B 的质心速度; $\boldsymbol{\omega}_A$ 、 $\boldsymbol{\omega}_B$ 分别为块体 A 和块体 B 的角速度。由式 (1) 可得接触点在一个时步 Δt 内的位移增量为

$$\Delta \boldsymbol{\delta} = \mathbf{V} \Delta t \quad (2)$$

将 $\Delta \boldsymbol{\delta}$ 沿公共面的法向和切向分解, 可得法向和切向位移增量分别为

$$\left. \begin{aligned} \Delta \boldsymbol{\delta}_n &= (\Delta \boldsymbol{\delta} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} \\ \Delta \boldsymbol{\delta}_s &= \Delta \boldsymbol{\delta} - \Delta \boldsymbol{\delta}_n \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

根据力-位移关系, 由式 (2) 和式 (3) 可得法向和切向力增量分别为

$$\left. \begin{aligned} \Delta \mathbf{F}_n &= -k_n \Delta \boldsymbol{\delta}_n S_c \\ \Delta \mathbf{F}_s &= -k_s \Delta \boldsymbol{\delta}_s S_c \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: k_n 、 k_s 分别为法向和切向刚度; S_c 为接触面积。由以上分析可得, 在 t 时刻作用于块体 A 上的力和力矩分别为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{F}_A(t) &= \mathbf{F}_A(t - \Delta t) + \Delta \mathbf{F}_n + \Delta \mathbf{F}_s \\ \mathbf{M}_A(t) &= \mathbf{M}_A(t - \Delta t) + (\mathbf{C} - \mathbf{A}) \times (\Delta \mathbf{F}_n + \Delta \mathbf{F}_s) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

同样, 对于块体 B 在 t 时刻的力和力矩分别为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{F}_B(t) &= \mathbf{F}_B(t - \Delta t) - \Delta \mathbf{F}_n - \Delta \mathbf{F}_s \\ \mathbf{M}_B(t) &= \mathbf{M}_B(t - \Delta t) - (\mathbf{C} - \mathbf{B}) \times (\Delta \mathbf{F}_n + \Delta \mathbf{F}_s) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

总的法向和切向力矢量分别为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{F}_n(t) &= \mathbf{F}_n(t - \Delta t) + \Delta \mathbf{F}_n \\ \mathbf{F}_s(t) &= \mathbf{F}_s(t - \Delta t) + \Delta \mathbf{F}_s \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

在接触过程中, 当切向力大于最大静摩擦力时, 两个块体之间产生滑动, 这时切向力需按摩擦力修正, 修正后切向力为

$$\mathbf{F}'_s = \mu \mathbf{F}_s \left| \frac{\mathbf{F}_n}{|\mathbf{F}_s|} \right| \quad (8)$$

式中: μ 为摩擦系数。

3.2 运动方程

为描述方便, 考虑散粒体粒子为具有凸多面体形状的刚体, 并建立如图 5 所示的坐标系描述其在空间的位置坐标。其中, $OXYZ$ 为全局坐标系, $oxyz$ 为固连在每一个单元上的连体坐标系, 散粒体单元在全局系中的位置由其连体坐标系原点在全局系中的位置坐标和连体系相对全局系的方位角来表示。

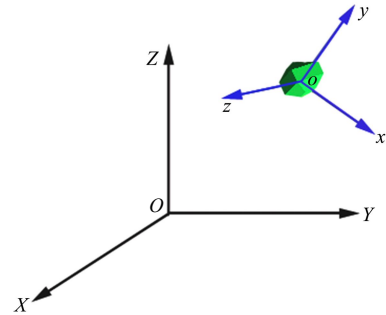


图5 坐标系

Fig.5 Coordinate system

对于空间运动的块体, 其质心的平动方程为

$$\ddot{\mathbf{X}} + \alpha \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}/m + \mathbf{g} \quad (9)$$

式中: $\ddot{\mathbf{X}}$ 为块体形心的运动加速度; α 为质量比例黏性阻尼系数; $\dot{\mathbf{X}}$ 为块体形心的运动速度; $\mathbf{F}$ 为作用于块体形心上的接触力; m 为块体的质量; $\mathbf{g}$ 为重力加速度。需要强调的是: 质量比例黏性阻尼系数 α 并非真正代表一种能量耗散机制, 只是使计算尽快稳定的方法, 因而, α 的确定有较大随意性^[11]。

块体相对于惯性主轴的转动, 可由欧拉方程表示

$$\left. \begin{aligned} I_1 \dot{\omega}_1 + (I_3 - I_2) \omega_2 \omega_3 &= M_1 \\ I_2 \dot{\omega}_2 + (I_1 - I_3) \omega_3 \omega_1 &= M_2 \\ I_3 \dot{\omega}_3 + (I_2 - I_1) \omega_1 \omega_2 &= M_3 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中: I_1 、 I_2 、 I_3 为块体的主惯性矩; ω_1 、 ω_2 、 ω_3 为相对于主轴的角速度; M_1 、 M_2 、 M_3 为施加在块体主轴上的 3 个转矩分量, 式 (9)、(10) 就构成了块体的运动方程。

4 散粒体系统动力学仿真

初始状态下所有块体的位置及速度都是已知的，在重力作用下，下一时间步所有块体的位置和速度可按下述方法计算：

(1) 首先应用连接线性目录法建立每个块体的邻居目录，然后应用射线交叉算法在邻居目录内进行接触判断，找出所有与其接触的块体。

(2) 计算接触力和接触力矩，并把接触力和接触力矩分配给对应的接触块体。如果一个块体与多个块体接触，那么应对每个接触力和接触力矩求和。

(3) 运用牛顿第二定律及欧拉方程求出每个块体的加速度，对于已知的加速度，在标准路径上积分就可得到每个块体在这一时间步长上的速度和位置。

应用上述方法，模拟了由几种不同形状的凸多面体粒子组成的散粒体系统在刚性空间盒中的接触碰撞动力学过程，模拟参数见表 1。在仿真过程中，边界被视为刚体，边界与散粒体之间的接触计算与散粒体和散粒体之间的接触计算方法类似。图 6 为采用 OpenGL 显示的计算结果动画显示在不同时刻的截取图片，图 7 为数值仿真过程中的能量变化过程。

表 1 模拟参数

Table 1 Simulation parameters

密度 /(g/cm ³)	刚度系数		摩擦 系数	质量比例黏性 阻尼系数	时间步长	时间长度
	法向	切向			/s	/ms
1.5	1 000	1 000	0.5	100	10 ⁻⁸	1

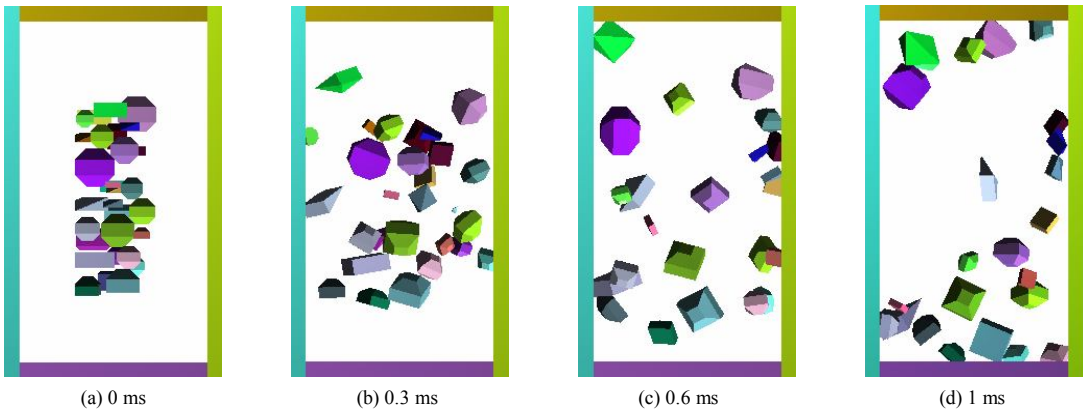


图 6 不同时刻的散粒体系统运动

Fig.6 Movement states of granular system at different times

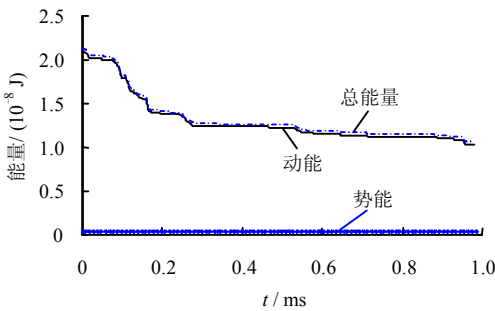


图 7 散粒体系统的能量

Fig.7 Energies of granular system

从图 6 中可以看出，刚性空间盒中的散粒体在初始速度及重力作用下相互接触碰撞，块体和块体之间没有发生穿透现象。从图 7 中可以看出，由于系统中存在着摩擦和质量比例黏性阻尼，所以散粒体系统的总能量在整个运动过程中逐渐减小，但动能和势能之和等于总能量，也就是说在整个仿真过程中，能量没有突变，说明了仿真算法的正确性。

5 结 语

对于一般的散粒体系统，本文基于三维块体元离散单元法，建立了系统中每个粒子的邻居目录和多面体粒子接触判断算法，通过监控系统能量的变化来判别仿真结果的正确性，实现了对散粒体系统接触、碰撞动力学过程的数值仿真。本文方法可推广应用于众多领域中散粒体系统动力学过程的数值模拟，具有重要的理论和工程应用价值。

致谢：在本文的撰写过程中，得到了德国斯图加特大学 Peter Eberhard 教授和 Beate Muth 博士的指导和帮助，在此表示感谢。

参 考 文 献

[1] 吴爱祥, 孙业志, 刘湘平. 散体动力学理论及其应用[M]. 北京: 冶金工业出版社, 2002.

- [2] 芮筱亭, 负来峰, 王国平, 等. 弹药发射安全性导论[M]. 北京: 国防工业出版社, 2009.
- [3] CUNDALL P A. A computer model for simulating progressive large scale movement in block rock system[C]// Symposium ISRM. Nancy, France: ISRM, 1971: 129—136.
- [4] 焦玉勇, 葛修润, 刘泉声, 等. 三维离散单元法及其在滑坡分析中的应用[J]. 岩土工程学报, 2000, 22(1): 101—104.
JIAO Yu-yong, GE Xiu-run, LIU Quan-sheng, et al. Three-dimensional discrete element method and its application to landslide analysis[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2000, 22(1): 101—104.
- [5] ZHOU Y C, XU B H, YU A B. An experimental and numerical study of the angle of repose of coarse spheres[J]. **Powder Technology**, 2002, 125(1): 45—54.
- [6] 罗海宁, 焦玉勇. 对三维离散单元法中块体接触判断算法的改进[J]. 岩土力学, 1999, 20(2): 37—41.
LUO Hai-ning, JIAO Yu-yong. Improvement of contact judgment algorithm in 3-D DEM[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 1999, 20(2): 37—41.
- [7] 姜清辉, 张煜. 三维离散块体边-边接触模拟[J]. 岩土力学, 2006, 27(8): 1369—1373.
JIANG Qing-hui, ZHANG YU. Edge-to-edge contact simulation for three-dimensional distinct block system[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2006, 27(8): 1369—1373.
- [8] MUTH B, GUNTHER O F, EBERHARD P. Collision detection for complicated polyhedra using the fast multipole method or ray crossing[J]. **Archive of Applied Mechanics**, 2007, 77(7): 503—521.
- [9] 洪俊. 伴随挤压破碎的发射药床散粒体系统动力学仿真研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2007.
- [10] ROURKE J O. Computational geometry in C(2 Edition)[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.
- [11] CUNDALL P A. Formulation of a three dimensional distinct element model——part I: A scheme to detect and represent contacts in a system composed of many polyhedral blocks[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts**, 1988, 25(3): 107—116.